Міністерство освіти і науки України

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**Завдання ІІІ етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2014-2015 рік**

***достатній рівень***

**11 клас**

**1.** Чи існують дійсні числа , що задовольняють рівність:

?

**2.** Знайдіть усі такі натуральні числа , які мають більше  дільників.

**3.** Відомо, що многочлен



можна також подати у вигляді , де серед чисел  принаймні 2015 від’ємних та не обов’язково різних. Знайдіть усі коефіцієнти многочлену .

**4.** На бісектрисі кута  трикутника  вибрали такі точки , для яких , . Точка  – середина відрізку . Доведіть, що .

**5.** Маємо 9 гир, на яких написано, що вони важать 1г, 2г, 3г, ..., 9г відповідно. Відомо, що рівно одна з гир важить легше, ніж на ній зазначено, а решта рівно стільки, скільки на них зазначено. Чи можна на терезах з двома шальками без додаткових гир визначити хибну гирю не більше ніж за 2 зважування?

18 січня 2015 р.

На виконання завдання відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Користування довільними зовнішніми джерелами інформації,**

**а також будь-якими електронними засобами забороняється**

**Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті**

[**www.matholymp.com.ua**](http://www.matholymp.com.ua)

Міністерство освіти і науки України

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**Завдання ІІІ етапу Всеукраїнської олімпіади з математики 2014-2015 рік**

***достатній рівень***

**11 клас**

**1.** Чи існують дійсні числа , що задовольняють рівність:

?

**2.** Знайдіть усі такі натуральні числа , які мають більше  дільників.

**3.** Відомо, що многочлен



можна також подати у вигляді , де серед чисел  принаймні 2015 від’ємних та не обов’язково різних. Знайдіть усі коефіцієнти многочлену .

**4.** На бісектрисі кута  трикутника  вибрали такі точки , для яких , . Точка  – середина відрізку . Доведіть, що .

**5.** Маємо 9 гир, на яких написано, що вони важать 1г, 2г, 3г, ..., 9г відповідно. Відомо, що рівно одна з гир важить легше, ніж на ній зазначено, а решта рівно стільки, скільки на них зазначено. Чи можна на терезах з двома шальками без додаткових гир визначити хибну гирю не більше ніж за 2 зважування?

18 січня 2015 р.

На виконання завдання відводиться 4 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

**Користування довільними зовнішніми джерелами інформації,**

**а також будь-якими електронними засобами забороняється**

**Подальша інформація про олімпіаду буде наведена на сайті**

[**www.matholymp.com.ua**](http://www.matholymp.com.ua)